






# Psssst... das hier ist 'ne Sneak-Preview!

## Dieser Lernplan ist aus Magdas Online-Video-Kurs...

...und wenn er dir hilft, wirst du den Kurs lieben!

### Was dich im Kurs erwartet:

-  Theorie- und Aufgabenvideos zu jedem Thema – verständlich und mit Strategietipps
-  Ein strukturiertes Workbook, das dich sicher durch den Kurs führt
-  Über 200 echte Abi-Aufgaben – auf sich steigerndem Schwierigkeitsniveau
-  Live-Zoom-Sessions für Klausurtraining, Problemaufgaben und Fragen
-  Eine Kurs-WhatsApp-Gruppe mit Magda, in der du jederzeit deine Fragen stellen kannst



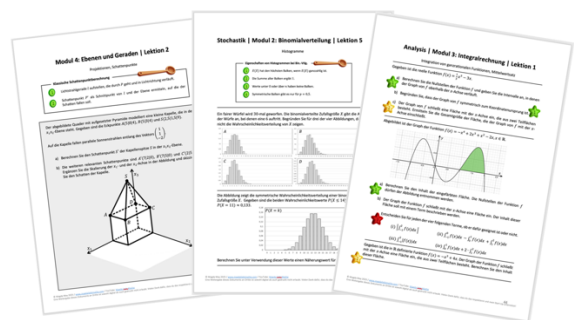
Alle Themen werden in Videos verständlich erklärt...



...und mit Abi-Aufgaben mehrfach geübt.



+ drei Workbooks zum Kurs...



...mit allen Kursaufgaben im Überblick.




+ Live-Zoom-Sessions für Fragen und Klausurtraining



+ WhatsApp-Gruppe für Austausch und Mathe-Support

Neugierig? Hier ein Einblick in den Kurs: [www.magdaliebtmathe.com/onlinekurs](http://www.magdaliebtmathe.com/onlinekurs)

 **Tip:** Auf der Buchungsseite findest du zwei kurze Videos, die dir zeigen, was genau im Kurs steckt. Schau sie dir gern an – danach weißt du, ob das hier dein Ding ist (Spoiler: ist es 😊).

# Lernplan Analysis LK 2025

## Modul 1 | Grundlagen | ca. 4 Stunden



Lektion 1	Funktionen, Wertetabellen, Graphen, Symmetrie	75'	
Lektion 2	Definitionsbereich, Wertebereich, Globalverlauf	75'	
Lektion 3	y-Achsenabschnitt, Nullstellen, Schnittpunkte, Differenzenfunktion	105'	

## Modul 2 | Differentialrechnung | ca. 5 Stunden

Lektion 1	Sekante und durchschnittliche Steigung	40'	
Lektion 2	Tangenten, mom. Steigung, Ableitungsregeln ganzrationaler Funktionen	75'	
Lektion 3	Ableitungsregeln $e$ -Funktion, Steigungs- und Schnittwinkel	75'	
Lektion 4	Extrempunkte, Wendepunkte, Sattelpunkte	50'	
Lektion 5	Steigung, Krümmung, graphisches Differenzieren	45'	

## Modul 3 | Integralrechnung | ca. 4 Stunden

Lektion 1	Integrale bei von ganzrat. Funktionen, Mittelwertsatz	110'	
Lektion 2	(Uneigentliche) Integrale bei $e$ -Funktionen	35'	
Lektion 3	Fläche zwischen zwei Graphen	35'	
Lektion 4	Zusammenhang $F$ und $f$ , graphisches Integrieren	45'	

## Modul 4 | Vertiefende Aufgaben | ca. 2 Stunden

Lektion 1	Steckbriefaufgaben	50'	
Lektion 2	Extremwertaufgaben	55'	

## Modul 5 | Funktionsscharen | ca. 2,5 Stunden

Lektion 1	Scharparameter gesucht	80'	
Lektion 2	Fallunterscheidungen	45'	
Lektion 3	Ortskurven und Fixpunkte	30'	



# Formelsammlung Analysis LK 2025

## Definition einer Funktion

„Eine Funktion ist eine Zuordnung, die jedem  $x$ -Wert einen eindeutigen  $y$ -Wert zuordnet.“

## Punktsymmetrie

Nur ungerade Exponenten!  
 $-f(-x) = f(x)$

## Achsensymmetrie

Nur gerade Exponenten!  
 $f(-x) = f(x)$

## Globalverlauf ganzrat. Funktionen

	Grad gerade	Grad ungerade
<b>Vorfaktor positiv</b>	z.B. $f(x) = x^2$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$	z.B. $f(x) = x^3$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
<b>Vorfaktor negativ</b>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ z.B. $f(x) = -x^2$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ z.B. $f(x) = -x^3$

## Globalverlauf e-Fkt.

Die  $e$ -Funktion „gewinnt“ im Produkt!

## y-Achsenabschnitt

Setze  $x = 0$ .

## Nullstellen

Setze  $f(x) = 0$ .

## Schnittpunkte

Setze  $f(x) = g(x)$ .

## pq-Formel

$$x^2 + px + q = 0$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

## abc-Formel

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

## Satz vom Nullprodukt

Damit ein Produkt Null werden kann, muss mindestens einer der Faktoren Null sein!

## Der Graph der Funktion $f \dots$

Der Graph der Funktion $f \dots$	Der Graph der Funktion $f' \dots$
...fällt.	...verläuft unterhalb der $x$ -Achse.
...steigt.	...verläuft also oberhalb der $x$ -Achse.
...hat bei $x$ die (Tangenten-)Steigung $m$ .	...hat bei $x$ den $y$ -Wert $m$ .
...hat einen Hochpunkt.	...hat eine NS mit VZW von positiv zu negativ.
...hat einen Tiefpunkt.	...hat eine NS mit VZW von negativ zu positiv.
...hat einen Sattelpunkt.	...hat eine NS ohne VZW.
...hat einen Wendepunkt (= stärkste Steigung).	...hat einen Hochpunkt.
...hat einen Wendepunkt (= stärkstes Gefälle).	...hat einen Tiefpunkt.
...ist achsensymmetrisch.	$\Rightarrow$ ...ist punktsymmetrisch.
...ist punktsymmetrisch.	$\Rightarrow$ ...ist achsensymmetrisch.

## $\emptyset$ -Steigung durch 2 Punkte

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

## Steigungs-/Neigungswinkel

lin. Fkt.:  $\alpha = \tan^{-1}(m)$   
allgemein:  $\alpha = \tan^{-1}(f'(x))$

## Schnittwinkel zweier Fkt.en

lin. Fkt.en:  $\alpha = |\tan^{-1}(m_1) - \tan^{-1}(m_2)|$   
allgemein:  $\alpha = |\tan^{-1}(f'(x)) - \tan^{-1}(g'(x))|$

## Ketten-Regel

$$f(x) = \ddot{a}(i(x))$$

$$\Rightarrow f'(x) = \ddot{a}'(i(x)) \cdot i'(x)$$

## Produkt-Regel

$$f(x) = u(x) \cdot v(x)$$

$$\Rightarrow f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + v'(x) \cdot u(x)$$

## Orthogonalität zweier Fkt.en

lin. Fkt.en:  $m_1$  ist neg. Kehrwert von  $m_2$   
allgemein:  $f'(x_0) \cdot g'(x_0) = -1$

## Hauptsatz der Integralrechnung

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

## NEW-Regel

$f$	N	E	W
$f'$		N	E
$f''$			N
			W

## Fläche zwischen zwei Graphen

$$\int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$

„Winner minus Loser“

## Rechenregeln für Integrale

$$\int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx = \int_a^b (f(x) \pm g(x)) dx$$

## Mittelwertsatz der Int.rechnung

$$\emptyset = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b f(x) dx$$

## Der Graph der Funktion $f \dots$

Der Graph der Funktion $f \dots$	Der Graph der Funktion $F \dots$
...verläuft unterhalb der $x$ -Achse.	...fällt.
...verläuft oberhalb der $x$ -Achse.	...steigt.
...hat bei $x$ den $y$ -Wert $m$ .	...hat bei $x$ die (Tangenten-)Steigung $m$ .
...hat eine NS mit VZW von positiv zu negativ.	...hat einen Hochpunkt.
...hat eine NS mit VZW von negativ zu positiv.	...hat einen Tiefpunkt.
...hat eine NS ohne VZW.	...hat einen Sattelpunkt.
...hat einen Hochpunkt.	...hat einen Wendepunkt (= stärkste Steigung).
...hat einen Tiefpunkt.	...hat einen Wendepunkt (= stärkstes Gefälle).
...ist punktsymmetrisch.	$\Leftarrow$ ...ist achsensymmetrisch.
...ist achsensymmetrisch.	$\Leftarrow$ ...ist punktsymmetrisch.

## Uneigentliche Integrale

$$\int_a^\infty f(x) dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x) dx$$

## Transformationen

Spiegelung an der  $x$ -Achse:  $-f(x)$   
Spiegelung an der  $y$ -Achse:  $f(-x)$   
Stauchung / Streckung entlang der  $x$ -Achse:  $f(a \cdot x)$   
Stauchung / Streckung entlang der  $y$ -Achse:  $b \cdot f(x)$   
Verschiebung entlang der  $x$ -Achse:  $f(x + d)$   
Verschiebung entlang der  $y$ -Achse:  $f(x) + e$

# Lernplan Stochastik LK 2025

## Modul 1 | Grundlagen | ca. 5 Stunden




Lektion 1	Begrifflichkeiten, Besondere Experimente, Gegenw'keit, 1./ 2. Pfadregel	90'	
Lektion 2	Erwartungswert, Standardabweichung, (Faire) Glücksspiele	80'	
Lektion 3	Zweistufige Baumdiagramme, Vierfeldertafel, Satz von Bayes	70'	
Lektion 4	Stochastische Unabhängigkeit	65'	

## Modul 2 | Binomialverteilung | ca. 6 Stunden

Lektion 1	Binomialkoeffizient $\binom{n}{k}$	20'	
Lektion 2	Eigenschaften der Binomialverteilung, Erwartungswert, Bernoulli-Formel	75'	
Lektion 3	Kumulierte W'keiten, Standardabweichung	85'	
Lektion 4	Stichprobenumfang $n$ gesucht	70'	
Lektion 5	Histogramme	50'	
Lektion 6	Hypothesentests	70'	

## Modul 3 | Normalverteilung | ca. 3 Stunden

Lektion 1	Normalverteilung vs. Binomialverteilung, W'keiten berechnen	75'	
Lektion 2	Dichtefunktion, Verteilungsfunktion, Sigma-Regeln	45'	
 Überholspur	<b>Blitzzusammenfassung: Orangen vom Ätna</b>	30'	
	<b>Modulabschlussaufgabe: Münsteraner Kiosk</b>	30'	



# Formelsammlung Stochastik LK 2025



**LaPlace-Experiment**  
 Alle Ergebnisse haben dieselbe W'keit.

**LaPlace-Wahrscheinlichkeit**  

$$\frac{\text{Anzahl günstiger Möglichkeiten}}{\text{Anzahl aller Möglichkeiten}}$$

**Gegenw'keit**  

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

**1. Pfadregel**  
 Entlang des Pfades wird multipliziert!

**2. Pfadregel**  
 Mehrere Pfadw'keiten werden addiert!

**Bernoulli-Experiment**  
 Es gibt genau zwei mögliche Ergebnisse.

**Satz der totalen W'keit**  

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B})$$

**Satz von Bayes**  

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

**Erwartungswert**  

$$\mu = E(X) = \sum x_i \cdot P(X = x_i)$$

**Standardabweichung**  

$$\sigma = \sqrt{\sum (x_i - \mu)^2 \cdot P(X = x_i)}$$

**Faires Spiel**  
 Der erwartete Gewinn muss für Spieler und Anbieter Null sein.

**Stochastische Unabhängigkeit**  

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$
  

$$P_B(A) = P(A)$$

**Binomialkoeffizient**  

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$
  

$$\binom{n}{0} = 1 = \binom{n}{n}$$
  

$$\binom{n}{1} = n = \binom{n}{n-1}$$

**Erwartungswert der Bin.-Vtlg.**  

$$E(X) = n \cdot p$$

**Bernoulli-Formel**  

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

**Standardabweichung der Bin.-Vtlg.**  

$$\sigma(X) = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$$

**Fehler 1. Art /  $\alpha$ -Fehler**  
 $H_0$  wird verworfen, obwohl  $H_0$  eigentlich wahr ist.

**Kumulierte W'keit**  

$$P(a \leq X \leq b) = \sum_{k=a}^b \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

**Fehler 2. Art /  $\beta$ -Fehler**  
 $H_0$  wird weiterhin als wahr angesehen, obwohl  $H_1$  eigentlich wahr ist.

**Sigma-Regeln und Prognoseintervalle**

Wahrscheinlichkeit	$\sigma$ -Intervall	Wahrscheinlichkeit	$\sigma$ -Intervall
68,3 %	$[\mu - \sigma; \mu + \sigma]$	90 %	$[\mu - 1,64\sigma; \mu + 1,64\sigma]$
95,4 %	$[\mu - 2\sigma; \mu + 2\sigma]$	95 %	$[\mu - 1,96\sigma; \mu + 1,96\sigma]$
99,7 %	$[\mu - 3\sigma; \mu + 3\sigma]$	99 %	$[\mu - 2,58\sigma; \mu + 2,58\sigma]$

**W'keit bei Normalvtlg.**  

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b \varphi(x) dx$$

**Dichte-Funktion bei Normalvtlg.**  

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

**Vtlg-Funktion bei Normalvtlg.**  

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \varphi(t) dt$$



# Lernplan Vektorrechnung LK 2025

## Modul 1 | Grundlagen | ca. 3,5 Stunden



Lektion 1	Koordinatensysteme, Punkte, Vektoren, Kollinearität	70'	
Lektion 2	Mittelpunkte, Längenformel	60'	
Lektion 3	Skalarprodukt, Winkelformel, Orthogonalität	85'	

## Modul 2 | Geraden | ca. 3,5 Stunden

Lektion 1	Geradengleichungen, Punktproben, Strecken	100'	
Lektion 2	Lage, Schnittpunkte, Schnittwinkel, Orthogonalität von zwei Geraden	120'	

## Modul 3 | Ebenen | gut 4 Stunden

Lektion 1	Parameterform, Dreieck und Parallelogramm	70'	
Lektion 2	Normalenvektor, Kreuzprodukt, Koordinatenform	85'	
Lektion 3	Lage, Schnittwinkel, Orthogonalität von zwei Ebenen	75'	
Lektion 4	Schnittgeraden	30'	

## Modul 4 | Geraden und Ebenen | ca. 1 Stunde

Lektion 1	Lage, Schnittwinkel, Orthogonalität von Gerade und Ebene	40'	
Lektion 2	Projektionen und Schattenpunkte	30'	

## Modul 5 | Abstände | ca. 2 Stunden

Lektion 1	Abstand Punkt Ebene, Spiegelung Punkt an Ebene	50'	
Lektion 2	Abstand Punkt Gerade	30'	
Lektion 3	Abstand windschiefer Geraden	30'	



# Formelsammlung Vektorrechnung LK 2025



**Verbindungsvektor  $\overrightarrow{AB}$**

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$$

**Linearkombination**

$$r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$$

**Mittelpunkt  $M$**

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}$$

**Mittelpunkt  $M$**

$$\overrightarrow{OM} = \frac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}}{2}$$

**Länge eines Vektors**

$$\left| \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \right| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

**Kollinearität**

$$\vec{u} = \lambda \cdot \vec{v}$$

**Skalarprodukt**

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix} = a \cdot d + b \cdot e + c \cdot f$$

**Winkelformel**

$$\sphericalangle(\vec{u}, \vec{v}) = \cos^{-1} \left( \frac{\vec{u} * \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} \right)$$

**Orthogonalitätsbedingung**

$$\vec{u} * \vec{v} = 0 \Leftrightarrow \vec{u} \perp \vec{v}$$

**Geradenvorschrift**

$$g: \vec{x} = \overrightarrow{SV} + t \cdot \overrightarrow{RV}, t \in \mathbb{R}$$

**Streckenvorschrift**

$$\overline{AB}: \vec{x} = \overrightarrow{OA} + t \cdot \overrightarrow{AB}, 0 \leq t \leq 1$$

**Schnittwinkel von Geraden**

$$\sphericalangle(g, h) = \cos^{-1} \left( \frac{|\overrightarrow{RV}_g * \overrightarrow{RV}_h|}{|\overrightarrow{RV}_g| \cdot |\overrightarrow{RV}_h|} \right)$$

**Orthogonalität von Geraden**

$$\overrightarrow{RV}_g * \overrightarrow{RV}_h = 0 \Leftrightarrow g \perp h$$

**Ebene in Koordinatenform**

$$E: ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$$

**Ebene in Parameterform**

$$E: \vec{x} = \overrightarrow{SV} + r \cdot \overrightarrow{RV}_1 + s \cdot \overrightarrow{RV}_2, r \in \mathbb{R}, s \in \mathbb{R}$$

**Kreuzprodukt**

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \cdot f - c \cdot e \\ c \cdot d - a \cdot f \\ a \cdot e - b \cdot d \end{pmatrix}$$

**Dreieck in Parameterform**

$$E: \vec{x} = \overrightarrow{SV} + r \cdot \overrightarrow{RV}_1 + s \cdot \overrightarrow{RV}_2, 0 \leq r, s \leq 1, r + s \leq 1$$

**Spatprodukt**

$$(\vec{a} \times \vec{b}) * \vec{c}$$

**Parallelogramm in Parameterform**

$$E: \vec{x} = \overrightarrow{SV} + r \cdot \overrightarrow{RV}_1 + s \cdot \overrightarrow{RV}_2, 0 \leq r, s \leq 1$$

**Orthogonalität von Ebenen**

$$\vec{n}_E * \vec{n}_H = 0 \Leftrightarrow E \perp H$$

**Schnittwinkel Gerade / Ebenen**

$$\sphericalangle(g, E) = \sin^{-1} \left( \frac{|\overrightarrow{RV}_g * \vec{n}_E|}{|\overrightarrow{RV}_g| \cdot |\vec{n}_E|} \right)$$

**Orthogonalität Gerade / Ebene**

$$\overrightarrow{RV}_g \parallel \vec{n}_E \Leftrightarrow g \perp E$$

**Schnittwinkel von Ebenen**

$$\sphericalangle(E, H) = \cos^{-1} \left( \frac{|\vec{n}_E * \vec{n}_H|}{|\vec{n}_E| \cdot |\vec{n}_H|} \right)$$

**Abstand Punkt  $P$  zu Ebene  $E$**

$$\text{Abstand} = \frac{|(\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{SV}_E) * \vec{n}|}{|\vec{n}|}$$

**Abstand Punkt  $P$  zu Ebene  $E$**

$$\text{Abstand} = \frac{|n_1 \cdot p_1 + n_2 \cdot p_2 + n_3 \cdot p_3 - d|}{|\vec{n}|}$$

**Abstand Punkt  $P$  zu Gerade  $g$**

$$\text{Abstand} = \frac{|(\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{SV}_g) \times \overrightarrow{RV}_g|}{|\overrightarrow{RV}_g|}$$

**Abstand windschiefer Geraden**

$$\text{Abstand} = \frac{|(\overrightarrow{SV}_g - \overrightarrow{SV}_h) * \vec{n}|}{|\vec{n}|}$$