„10 Minuten fürs Mathe-Abi"-Häppchen

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder - gestellt vom IQB, gelöst von Magda

Alle Bundesländer in ganz Deutschland suchen sich für die Abiturprüfungen Aufgaben aus dem IQB-Pool aus und der Anteil der IQB-Aufgaben an den Abiklausuren steigt dabei von Jahr zu Jahr. Darum ist es als Abivorbereitung supersinnvoll, die IQB-Aufgaben der letzten Jahre sorgfältig durchzurechnen. Das Schöne an den Aufgaben: Insbesondere die hilfsmittelfreien Aufgaben sind kurz und knackig und können jeweils in 10 – 15 Minuten gelöst werden. Perfekt also, wenn man denkt: „Viel Zeit hab ich gerade nicht, aber ich mach heute zumindest mal eine Viertelstunde was fürs Matheabi." Die IQB-Aufgaben fragen in kurzer Zeit viel Wissen ab und sind somit nicht nur ideal fürs gute Gewissen sondern decken wirklich, wenn man viele davon rechnet, den kompletten Abiturstoff ab. 😉

Wichtig: Auch als LK-Schüler sollte man sich die Aufgaben auf grundlegendem Niveau geben. Und als ambitionierter GK-Schüler kann man sich auf jeden Fall auch mal an den Aufgaben auf erhöhtem Niveau versuchen. In jedem Fall sollet ihr die Aufgaben eeeerst selbst (versuchen zu) lösen und dannnnn die Videolösung dazu ansehen. Bei Fragen stellt sie gerne - am besten mit Minutenangabe - in die Kommentare des Videos.

Dieses Dokument wird übrigens - **wenn es euch hilft** - um weitere Aufgaben ergänzt, mit Videolösungen vervollständigt und auch die Aufgaben aus dem Hilfsmittel-Teil hinzugefügt. Damit ich aber überhaupt weiß, **dass** es euch hilft, brauche ich euer Feedback! Lasst mich also supergern in den Kommentaren der Videos wissen, was ihr über diese Aufgabensammlung mit Videolösung denkt, und meldet euch auch immer sehr gern mit Videowünschen oder weiteren Fragen, Anregungen, Sorgen oder Ideen per Mail bei mir: magda@magdaliebtmathe.com

Alles Liebe für die Abivorbereitung - und nur Mut, es wird alles gut!! ❤️

Magda

PS: Du hast noch gar nicht richtig angefangen zu lernen und würdest gerne im Schnelldurchlauf erstmal alles wiederholen? Sehr gute Idee! Meine Lernzusammenfassungen sind dafür genau das Richtige – du sparst dir die Zeit eigene Zusammenfassungen zu schreiben und hast zu jedem Thema neben einer verständlichen Erklärung auch direkt noch eine typische Abiaufgabe mit Videolösung dabei. Die Lernzusammenfassung zur Vektorrechnung gibt's aktuell sogar for free zum Download: https://www.magdaliebtmathe.com/shop

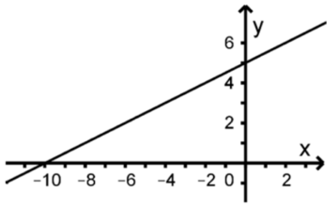
Du kannst schon alles und willst Aufgaben rechnen? Schau mal hier, das ist sicher was für dich:
Zusammenfassung Analysis: https://youtu.be/DibuO20yERg?si=461EMzVry1oR9GAp
Zusammenfassung Stochastik: https://youtu.be/RqSqbopZsZk?si=RPAow1eHN7fPrTSY
Zusammenfassung Vektorrechnung: https://youtu.be/dTnoa8Sf-Y8?si=-SgYzlC1ml7piNYK
Blitzversion aller Themen: https://youtu.be/TWC89KSeU98?si=8jeQwA2P7Yzs16qR

Du hast Mathe im Abi **mündlich** gewählt? Super Wahl!! Schau mal hier für den FAQ-Katalog der typischen Prüfungsfragen, komplette Videosimulationen und einen Masterplan zur Vorbereitung - ist alles kostenlos! https://www.magdaliebtmathe.com/muendlichesabitur

IQB Pool für das Jahr 2023, grundlegendes Niveau, OHimi Analysis

Aufgabe 1.1

Die Abbildung zeigt den Graphen der in IR definierten linearen Funktion f.



	BE
a Begründen Sie, dass $f(x)=\frac{1}{2}x+5$ gilt.	1
b Berechnen Sie den Abstand des Koordinatenursprungs zum Graphen.	4
	5

https://youtu.be/WeVxzSz5FP0

Aufgabe 1.2

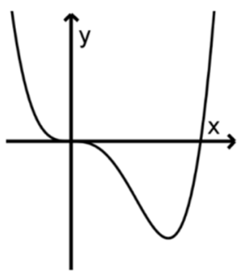
Betrachtet wird eine Funktion f, deren Graph symmetrisch bezüglich der y-Achse ist. Die Tangente t_1 an den Graphen von f im Punkt $(1|f(1))$ hat die Gleichung $y=\frac{4}{3}x+4$.

	BE
a Geben Sie eine Gleichung der Tangente t_2 an den Graphen von f im Punkt $(-1|f(-1))$ an und begründen Sie Ihre Angabe.	2
b Die Tangenten t_1 und t_2 schließen mit der x-Achse ein Dreieck ein. Bestimmen Sie den Umfang des Dreiecks.	3
	5

https://youtu.be/6PB2iGVJoAk

Aufgabe 1.3

Die Abbildung zeigt den Graphen der in IR definierten Funktion $f: x \mapsto x^4-4x^3$.



	BE
a Berechnen Sie den Wert des Integrals $\int_0^1 f(x)\,dx$.	2
b Beurteilen Sie, ob die folgende Aussage richtig ist: *Für die Abbildung wurde eine Längeneinheit auf der x-Achse ebenso groß gewählt wie auf der y-Achse.*	3
	5

https://youtu.be/vUFzkeRXXHk

Aufgabe 2

Betrachtet wird die in IR definierte Funktion f mit $f(x)=e^{(x^2)}$.

	BE
a Geben Sie die Wertemenge von f an.	2
b Für die erste Ableitungsfunktion f' von f gilt $f'(x)=2x\cdot f(x)$. Die Graphen von f und f' schneiden sich in einem Punkt. Bestimmen Sie die Steigung des Graphen von f in diesem Punkt.	3
	5

https://youtu.be/OEpT6WJ_Lxk

IQB Pool für das Jahr 2023, grundlegendes Niveau, OHimi Vektoren

Aufgabe 1.1

BE

Gegeben ist das folgende Gleichungssystem mit $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\begin{array}{lrcrcr} \text{I} & 3x & - & y & = & 4 \\ \text{II} & -3x & - & 15y & = & 12 \end{array}$$

a Begründen Sie, dass das Gleichungssystem nur die Lösung $x = 1$ und $y = -1$ hat. 2

b Das gegebene Gleichungssystem wird um die folgende Gleichung mit $t \in \mathbb{R}$ erweitert: 3

$$\text{III} \quad -2x + y = t$$

Geben Sie die Anzahl der Lösungen des erweiterten Gleichungssystems in Abhängigkeit von t an. Begründen Sie ihre Angabe.

5

Aufgabe 1.2

BE

Gegeben sind die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -7 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ mit $s \in \mathbb{R}$ sowie die Gerade h durch die Punkte $A(4|0|0)$ und $B(5|1|b)$ mit einer reellen Zahl b.

a Begründen Sie, dass A nicht auf g liegt. 1

b Die Geraden g und h haben einen gemeinsamen Punkt. Ermitteln Sie den Wert von b. 4

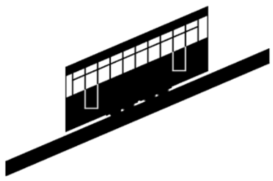
5

https://youtu.be/HHJWekD0r-Y

Aufgabe 1.3

BE

Betrachtet wird ein geradliniger Abschnitt der Strecke der abgebildeten Standseilbahn. In einem Koordinatensystem werden der Anfang und das Ende dieses Abschnitts durch die Punkte $A(-13|9|4)$ bzw. $E(-33|69|34)$ dargestellt, die Talstation der Seilbahn durch den Koordinatenursprung. Die x_1x_2-Ebene beschreibt die Horizontale. Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht 10 Metern in der Realität.



a Geben Sie die Bedeutung der Gleichung $\vec{x} = \begin{pmatrix} -13 \\ 9 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -20 \\ 60 \\ 30 \end{pmatrix}$ mit $\lambda \in [0;1]$ im Sachzusammenhang an. 1

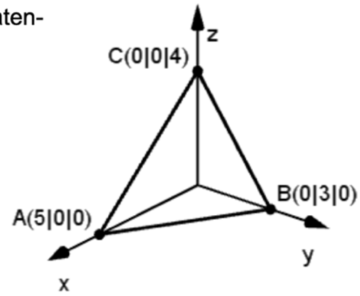
b Ermitteln Sie die Höhe der Seilbahn über der Talstation, wenn die Seilbahn im beschriebenen Streckenabschnitt 140 Meter vom Anfang dieses Abschnitts entfernt ist. 4

5

Aufgabe 2

BE

Die Abbildung zeigt das Dreieck ABC. Der Koordinatenursprung wird mit O bezeichnet.



a Die Ebene, in der das Dreieck ABC liegt, kann durch eine Gleichung der Form $12x + 20y + tz = 60$ dargestellt werden. Bestimmen Sie den Wert von t. 1

b Für jeden Wert von k mit $k \in \left]-3;5\right[$ wird die Pyramide OA_kB_kC mit $A_k\left(5-k\,|\,0\,|\,0\right)$ und $B_k\left(0\,|\,3+k\,|\,0\right)$ betrachtet. Bestimmen Sie denjenigen Wert von k, für den die Pyramide das größte Volumen hat. 4

5

https://youtu.be/ufgLQx6HEts

IQB Pool für das Jahr 2023, grundlegendes Niveau, OHimi Stochastik

Aufgabe 1.1

	BE
a Der Tabelle kann die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße X mit dem Erwartungswert 3 entnommen werden.	3

x_i	1	3	4	x_4
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{18}$

Berechnen Sie den Wert von x_4.

b Die Tabelle zeigt einen Teil der Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße Y mit dem Erwartungswert 5.	2

y_i	2	...	5	...
$P(Y = y_i)$	$\frac{1}{4}$	...	$\frac{3}{8}$	...

Zeigen Sie, dass die Standardabweichung von Y größer als 1 ist.

5

Aufgabe 1.2

BE

Bei einem Spiel werden ein Würfel und eine Münze jeweils einmal geworfen. Die Seiten des Würfels sind mit den Zahlen von 1 bis 6 durchnummeriert, die Münze zeigt auf der einen Seite eine Zahl, auf der anderen ein Wappen. Betrachtet werden die folgenden Ereignisse:

A: „Mit dem Würfel wird eine gerade Zahl erzielt, mit der Münze das Wappen."

B: „Mit dem Würfel wird eine Zahl erzielt, die größer als 3 ist."

a Geben Sie die Ergebnisse an, die zum Ereignis $A \cap B$ gehören.	1
b Jeder Spieler bezahlt zunächst einen festgelegten Einsatz und wirft anschließend Würfel und Münze jeweils einmal. Wenn das Ereignis A oder das Ereignis B eintritt, werden dem Spieler 6 Euro ausgezahlt. Bei wiederholter Durchführung des Spiels ist zu erwarten, dass sich auf lange Sicht die Einsätze der Spieler und die Auszahlungen ausgleichen. Ermitteln Sie die Höhe des Einsatzes.	4

5

Aufgabe 2

	BE
Bei einem Spiel werfen ein Spieler A und ein Spieler B jeweils einmal ein regelmäßiges Tetraeder, dessen Seiten mit den Zahlen von 1 bis 4 durchnummeriert sind. Ist die vom Spieler B erzielte Zahl um mindestens 2 größer als die vom Spieler A erzielte, so zahlt der Spieler A den Betrag x an den Spieler B aus. Erzielen beide Spieler die gleiche Zahl, erfolgt keine Zahlung. In allen anderen Fällen zahlt der Spieler B den Betrag y an den Spieler A aus. Bei sehr häufiger Durchführung des Spiels ist zu erwarten, dass sich die Auszahlungen zwischen den Spielern ausgleichen. Berechnen Sie das Verhältnis von x und y.	5

IQB Pool für das Jahr 2023, erhöhtes Niveau, OHimi Analysis

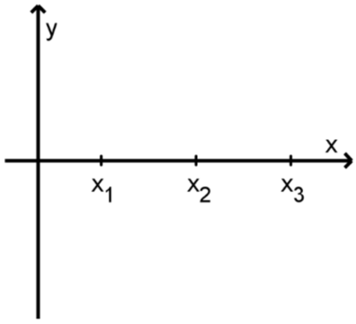
Aufgabe 1.1

BE

Eine in IR definierte ganzrationale, nicht lineare Funktion f mit erster Ableitungsfunktion f' und zweiter Ableitungsfunktion f'' hat folgende Eigenschaften:

- f hat bei x_1 eine Nullstelle.
- Es gilt $f'(x_2) = 0$ und $f''(x_2) \neq 0$.
- f' hat ein Minimum an der Stelle x_3.

Die Abbildung zeigt die Positionen von x_1, x_2 und x_3.



a Begründen Sie, dass der Grad von f mindestens 3 ist. 2

b Skizzieren Sie in der Abbildung einen möglichen Graphen von f. 3

5

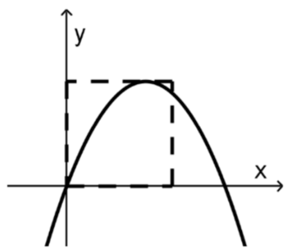
Aufgabe 1.2

BE

Gegeben ist die in IR definierte Funktion $f : x \mapsto -x^2 + 2ax$ mit $a \in \left]1; +\infty\right[$. Die Nullstellen von f sind 0 und $2a$.

a Zeigen Sie, dass das Flächenstück, das der Graph von f mit der x-Achse einschließt, den Inhalt $\frac{4}{3}a^3$ hat. 2

b Der Hochpunkt des Graphen von f liegt auf einer Seite eines Quadrats; zwei Seiten dieses Quadrats liegen auf den Koordinatenachsen (vgl. Abbildung). Der Flächeninhalt des Quadrats stimmt mit dem Inhalt des Flächenstücks, das der Graph von f mit der x-Achse einschließt, überein. Bestimmen Sie den Wert von a. 3



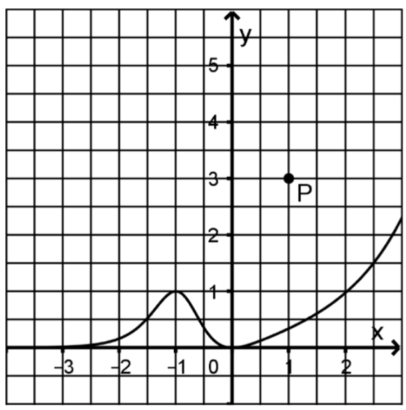
5

https://youtu.be/CeleFc3w0kc

Aufgabe 2.1

BE

Die Abbildung zeigt den Graphen der in IR definierten Funktion f, dessen einzige Extrempunkte $(-1|1)$ und $(0|0)$ sind, sowie den Punkt P.



a Geben Sie die Koordinaten des Tiefpunkts des Graphen der in IR definierten Funktion g mit $g(x) = -f(x-3)$ an. 2

b Der Graph einer Stammfunktion von f verläuft durch P. Skizzieren Sie diesen Graphen in der Abbildung. 3

5

Aufgabe 2.2

	BE
Eine in $\mathbb{R}$ definierte Kosinusfunktion f hat die Periode p. Der Punkt $\left(\frac{p}{2} \mid p\right)$ ist ein Hochpunkt des Graphen von f, der Punkt $\left(\frac{p}{4} \mid \frac{p}{2}\right)$ ein Wendepunkt. Bestimmen Sie die Steigung des Graphen von f an der Stelle $\frac{p}{4}$.	5

IQB Pool für das Jahr 2023, erhöhtes Niveau, OHimi Vektoren

Aufgabe 1.2

BE

https://youtu.be/K2MKbenM5Uw

Gegeben sind die Punkte $A(3|5|5)$ und $B(1|1|1)$ sowie die Geraden g und h, die sich in B schneiden.

Die Gerade g hat den Richtungsvektor $\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}$, die Gerade h den Richtungsvektor $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$.

a Weisen Sie nach, dass A auf g liegt. 1

b Bestimmen Sie die Koordinaten zweier Punkte C und D so, dass C auf h liegt und das Viereck ABCD eine Raute ist. 4

5

Aufgabe 1.3

BE

Gegeben ist die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$ mit $\lambda \in \mathbb{R}$.

a Zeigen Sie, dass g in der Ebene mit der Gleichung $x + y + z = 2$ liegt. 2

b Gegeben ist außerdem die Schar der Geraden $h_a: \vec{x} = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix}1\\a\\0\end{pmatrix}$ mit $\mu \in \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R}$. Weisen Sie nach, dass g und h_a für jeden Wert von a windschief sind. 3

5

Aufgabe 2.1

BE

Betrachtet wird ein Dreieck ABC mit $A(0|0|0)$ und $B(3|5|-4)$. Das Dreieck hat die folgenden Eigenschaften: 5

- Das Dreieck ist sowohl gleichschenklig als auch rechtwinklig.
- $\overline{AB}$ ist eine Kathete des Dreiecks.
- Die zweite Kathete des Dreiecks liegt in der x_1x_3-Ebene.

Ermitteln Sie die Koordinaten eines Punkts, der für C infrage kommt.

Aufgabe 2.2

BE

Gegeben sind die Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}$ und $h: \vec{x} = \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}$ mit $r, s \in \mathbb{R}$.

a Begründen Sie, dass g und h nicht identisch sind. 1

b Die Gerade g soll durch Spiegelung an einer Ebene auf die Gerade h abgebildet werden. Bestimmen Sie eine Gleichung einer geeigneten Ebene und erläutern Sie Ihr Vorgehen. 4

5

IQB Pool für das Jahr 2023, erhöhtes Niveau, OHimi Stochastik

Aufgabe 1.1

BE

In einem Behälter befinden sich fünf Kugeln, auf denen jeweils eine Zahl steht. Auf drei der Kugeln steht die Zahl 2, auf zwei der Kugeln die negative Zahl a. Zweimal nacheinander wird eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt.

a Geben Sie im Sachzusammenhang ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem Term $2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5}$ berechnet werden kann. 1

b Die Zufallsgröße X gibt das Produkt der Zahlen an, die auf den beiden entnommenen Kugeln stehen. Der Erwartungswert von X ist 4. Bestimmen Sie den Wert von a. 4

5

Aufgabe 1.2

BE

Ein Glücksrad besteht aus zwei Sektoren, die mit den Zahlen 2 bzw. 3 beschriftet sind. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei einmaligem Drehen die Zahl 2 erzielt wird, beträgt p. Bei einem Spiel dreht eine Person das Glücksrad genau so oft, bis die Summe der erzielten Zahlen 5, 6 oder 7 beträgt. Bei der Summe 6 gewinnt die Person das Spiel, sonst verliert sie.

a Stellen Sie den Sachverhalt in einem beschrifteten Baumdiagramm dar. 2

b Die beiden folgenden Ereignisse sind stochastisch unabhängig: 3

E: „Beim ersten Drehen des Glücksrads wird die Zahl 2 erzielt."

G: „Die Person gewinnt das Spiel."

Ermitteln Sie eine Gleichung, die die Variable p enthält und die Berechnung des Werts von p ermöglicht.

5

Aufgabe 1.3

BE

In einem Behälter B_1 befinden sich fünf rote Kugeln, in einem zweiten Behälter B_2 zwei rote Kugeln und eine unbekannte Anzahl n blauer Kugeln, wobei $n > 1$ gilt.

Aus dem Behälter B_2 wird eine Kugel zufällig entnommen und in den Behälter B_1 gelegt.

a Angenommen, die Wahrscheinlichkeit dafür, dass nun in einem der Behälter ausschließlich Kugeln derselben Farbe liegen, beträgt $\frac{1}{5}$. Bestimmen Sie den zugehörigen Wert von n und beschreiben Sie Ihren Gedankengang. 3

b Geben Sie für den Fall $n = 6$ die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die Anzahl der roten Kugeln im Behälter B_1 mit der Anzahl der blauen Kugeln im Behälter B_2 übereinstimmt. Begründen Sie Ihre Angabe. 2

5

https://youtu.be/n2zY7QAbcR0

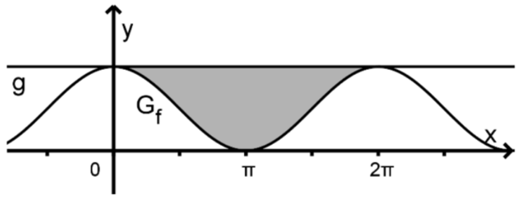
IQB Pool für das Jahr 2022, grundlegendes Niveau, OHimi Analysis

Aufgabe 1.1

BE

Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit $f(x) = \cos(x) + 1$. Die Abbildung zeigt ihren Graphen G_f.

Die Gerade g verläuft durch die Hochpunkte von G_f.



a Begründen Sie, dass die Gerade g durch die Gleichung $y = 2$ dargestellt werden kann. 1

b Bestimmen Sie den Inhalt der Fläche, die in der Abbildung grau markiert ist. 4

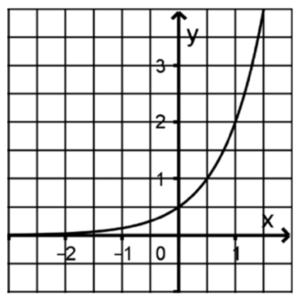
5

https://youtu.be/_dkDb_0vCp4

Aufgabe 1.2

BE

a Die Abbildung zeigt den Graphen der Funktion $f: x \mapsto a \cdot b^x$ mit $a, b \in \mathbb{R}^+$. Bestimmen Sie die passenden Werte von a und b. 3



b Der Graph der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion $g: x \mapsto 3^x$ wird um 2 in negative x-Richtung verschoben. Zeigen Sie, dass der dadurch entstehende Graph auch durch eine Streckung des Graphen von g in y-Richtung erzeugt werden kann. 2

5

https://youtu.be/8gJkIByfZ2I

Aufgabe 1.3

BE

Der Graph der in $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ definierten Funktion $g: x \mapsto \frac{1}{(x-1)^2} - 5$ geht aus dem Graphen der in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ definierten Funktion $f: x \mapsto \frac{1}{x^2}$ durch eine Verschiebung in x-Richtung und eine Verschiebung in y-Richtung hervor. Geben Sie die beiden Verschiebungen an. Geben Sie einen Term der ersten Ableitungsfunktion von f an und berechnen Sie unter Verwendung dieses Terms den Wert der ersten Ableitungsfunktion von g an der Stelle 2. 5

Aufgabe 2

BE

Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit $f(x) = x^2$. Bestimmen Sie diejenige reelle Zahl m mit $m < 0$, für die der Graph von f und die Gerade mit der Gleichung $y = m \cdot x$ eine Fläche mit dem Inhalt 36 einschließen. 5

https://youtu.be/i3cNFsyvlmI

Wie schön, dass du es bis hierhin geschafft hast! 🥳

Hat dir diese Aufgabensammlung geholfen?

→ leider nein… → Lass mich wissen, woran es gehapert hat. Vielleicht kann ich dir noch ein paar Tipps geben? → magda@magdaliebtmathe.com

→ ja, sehr!! → Möchtest du den ganzen Abiturstoff hübsch aufbereitet mit Videos durcharbeiten? → supergerne!! → Im Shop gibt es meine **Lernzusammenfassung** zur Vektorrechnung GK **kostenlos zum Download**! Es steckt allerdings krass viel Zeit, Mühe und Liebe in so einem PDF und den eingebundenen Videos – darum kann ich leider nicht alle LZFs kostenlos zur Verfügung stellen. Aber du kannst sie kaufen, zu einem wirklich fairen Preis! → https://www.magdaliebtmathe.com/shop

Zusammen mit meinem Freund Manu und meiner Tochter lebe ich auf einem alten Segelboot im Mittelmeer. Das Leben auf dem Wasser stellt unser kleines Mathe-Start-Up immer wieder vor große Herausforderungen und die Liste der Reparaturen wächst schneller als wir sie abarbeiten können… Aber: Wir sind sehr glücklich in unserem schwimmenden Tiny House und es hält unsere Lebenskosten in Summe gering(er als ein Leben an Land), sodass wir auf unseren Traum hinarbeiten können, eines Tages wirklich von „Magda liebt Mathe“ leben zu können. Bis es so weit ist, freuen wir uns riesig, wenn du uns dabei hilfst uns im wahrsten Sinne des Wortes über Wasser zu halten! https://www.paypal.me/magdaliebtmathe ❤️⛵