

Kernfach Mathematik

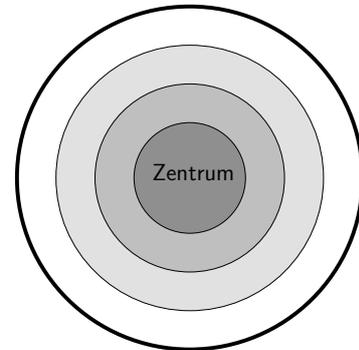
Aufgabe 4: Stochastik

Alle in Ihren Lösungen verwendeten Zufallsgrößen müssen explizit eingeführt werden. Machen Sie auch Angaben über die Verteilung der jeweiligen Zufallsgrößen.

Eine Gruppe von Bogenschützen schießt im Training regelmäßig auf die in der Abbildung dargestellte Scheibe.

Es soll angenommen werden, dass für jedes Mitglied der Gruppe die Anzahl der Treffer ins Zentrum durch eine binomialverteilte Zufallsgröße beschrieben werden kann.

Die 18-jährige Nike trifft dabei das Zentrum der Scheibe mit einer Wahrscheinlichkeit von 70 %.



- a) a1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Nike in einer Serie von 20 Schüssen das Zentrum
- genau 14-mal trifft;
 - mindestens 10-mal trifft;
 - mit mehr als 60 % und weniger als 80 % ihrer Schüsse trifft. (7 P)
- a2) Bestimmen Sie – beispielsweise durch systematisches Probieren – die Anzahl an Schüssen, die Nike mindestens abgeben muss, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99 % mindestens zweimal das Zentrum zu treffen. (4 P)

b) Nike und Victor trainieren oft gemeinsam. Die Wahrscheinlichkeiten in der abgebildeten Vierfeldertafel beruhen auf ihren bisherigen Trainingsergebnissen. Beschrieben wird eine Situation, in der beide jeweils einen Schuss abgeben.

	Victor	V	\bar{V}	
Nike	N	0,28		0,7
	\bar{N}			
		0,4		1

V : „Victor trifft ins Zentrum.“

N : „Nike trifft ins Zentrum.“

- b1) Vervollständigen Sie die Vierfeldertafel. (3 P)
- b2) Zum Trainingsauftakt schießen die beiden jeweils einen Pfeil ab. Nur einer der beiden Pfeile landet im Zentrum. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieser Pfeil von Nike abgeschossen wurde. (4 P)

Kernfach Mathematik

- b3) Für das Spiel „Treffer gewinnt“ vereinbaren Nike und Victor folgende Regeln:
Sie schießen abwechselnd, wobei Victor beginnt.
Wer zuerst das Zentrum trifft, gewinnt. Das Spiel ist damit sofort beendet.
Sollten beide jeweils dreimal am Zentrum vorbeischießen, so endet das Spiel ebenfalls und Victor ist Sieger.
Untersuchen Sie, wer von den beiden bei diesem Spiel die bessere Gewinnchance hat.
(4 P)
- c) Für die Teilnahme an einem Wettbewerb testet Nike einen neuen Bogen. Nach einer ausreichenden Eingewöhnungsphase hat sie die Vermutung, mit dem neuen Bogen ihre bisherige Trefferquote ins Zentrum auf mehr als 70 % verbessern zu können.
- c1) Erstellen Sie für eine Serie von 150 Schüssen, die Nike mit dem neuen Bogen abgibt, einen Hypothesentest, der geeignet ist, ihre Vermutung auf einem Signifikanzniveau von 10 % zu stützen.
Geben Sie die entsprechende Entscheidungsregel an. (8 P)
- c2) Beschreiben Sie den Fehler zweiter Art im Sachzusammenhang.
Bestimmen Sie dessen Wahrscheinlichkeit unter der Annahme, dass Nikes Trefferquote ins Zentrum mit dem neuen Bogen tatsächlich auf 75 % gestiegen ist. (4 P)
- d) In ihrem Köcher hat Nike 20 Pfeile, von denen 17 Pfeile rote Federn und zwei Pfeile blaue Federn haben. Einer der 20 Pfeile hat goldene Federn.
Nike schießt eine Serie von zehn Pfeilen. Dabei zieht sie vor jedem Schuss ohne hinzusehen einen Pfeil aus ihrem Köcher und schießt diesen ab.
- d1) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in der Serie alle Pfeile rote Federn haben. (3 P)
- d2) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Serie mindestens einen Pfeil jeder Federnfarbe enthält. (3 P)