75 originale Abituraufgaben!

(mit den besten Zeitspar- und Strategietipps)

ANALYSIS

Hier geht's ab 12:00 am 5.5. zur MEGA ZUSAMMENFASSUNG!

Aufgabe 1

Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f(x) = x^3 - x$. Berechnen Sie die Nullstellen des Graphen von f.

Aufgabe 2

Die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f ist gegeben durch $f(x) = e^x - e$. Der Graph hat genau eine Nullstelle. Zeigen Sie, dass $x = 1$ die Nullstelle des Graphen von f ist.

Aufgabe 3*

Für $a \in \mathbb{R}_{\neq 0}$ ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktionsschar $f_a(x) = a \cdot x^4 - x^2$ gegeben. Bestimmen Sie, für welche Werte von a die Funktion f_a mehr als eine Nullstelle hat.

Aufgabe 4*

Für $k \in \mathbb{R}$ ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktionsschar $f_k(x) = (1 - kx^2) \cdot e^{-x}$ gegeben. Für einen bestimmten Wert von k besitzt der Graph von f_k zwei Schnittpunkte mit der x-Achse, die einen Abstand von 4 LE zueinander haben. Berechnen Sie diesen Wert von k.

Aufgabe 5

Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f(x) = x^3 - 3x$. Weisen Sie nach, dass der Graph von f punktsymmetrisch zum Ursprung ist.

Aufgabe 6*

Gegeben ist die Funktionsschar f_a mit $f_a(x) = a \cdot e^{2x} + a \cdot e^{-2x}$, $a \neq 0$, $x \epsilon \mathbb{R}$. Weisen Sie rechnerisch nach, dass die Graphen von f_a achsensymmetrisch zur y-Achse sind.

Aufgabe 7

Gegeben ist die Funktionsschar f_a mit $f_a(x) = (x^2 - ax + 16) \cdot e^{x+1}$, $x \epsilon \mathbb{R}, a \epsilon \mathbb{R}$. Geben Sie $f_a(-1)$ an.

Aufgabe 8

Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f(x) = x \cdot (x^2 - 1)$. Zeigen Sie, dass $f'\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}$ gilt.

Aufgabe 9

Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f(x) = x \cdot e^{2x+2}$. Bestimmen Sie die erste Ableitung.

Aufgabe 10

Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f(x) = x^3 - x^2 - 3x + 2$ sowie der Punkt $A(-1|3)$.
Berechnen Sie eine Vorschrift der Tangente t an den Graphen von f im Punkt A.

Aufgabe 11

Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f(x) = e^{2x}$. Bestimmen Sie die Stelle der Funktion f, an der die Tangentensteigung $2e$ beträgt.

Aufgabe 12*

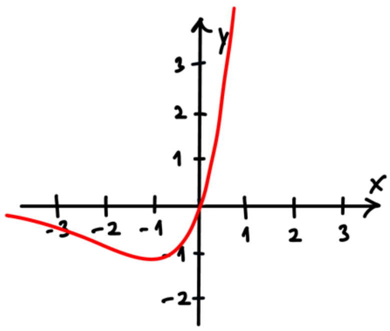
Die Tangente an den Graphen der Funktion $f(x) = 10 \cdot (x-1) \cdot e^{-x}$ im Wendepunkt $W(3|f(3)$ lautet $t(x) = -10e^{-3} \cdot x + 50 \cdot e^{-3}$. Die Schnittpunkte dieser Tangente mit den Koordinatenachsen legen eine Strecke fest. Berechnen Sie die Länge dieser Strecke.

Aufgabe 13

Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f(x) = x^2 \cdot e^{-x}$. Berechnen Sie die lokalen Extrempunkte.

Aufgabe 14

Die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f(x) = 3x \cdot e^x$ hat genau eine Extremstelle.
Zeigen Sie, dass diese $x = -1$ ist.



Aufgabe 15

Der Hochpunkt von $f(x) = x^2 \cdot e^{-x}$ liegt bei $H\left(2 | \frac{4}{e^2}\right)$. Beschreiben Sie, wie der Graph der Funktion $g(x) = 3(x-2)^2 \cdot e^{-(x-2)}$ aus dem Graphen von $f(x)$ hervorgeht, und geben Sie die Koordinaten des Hochpunktes von g an.

Aufgabe 16

Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$. Der Graph von f wird nun verschoben. Nach der Verschiebung wird der Punkt $P(2|0)$ zum Punkt $(3|4)$. Der verschobene Graph gehört zur Funktion h. Geben Sie eine Funktionsgleichung von h an.

Aufgabe 17

Gegeben sind die in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen $f(x) = e^x + 0{,}5x$ sowie $g(x) = 0{,}5x - 1$. Begründen Sie, dass die Graphen der beiden Funktionen keinen gemeinsamen Punkt haben.

Aufgabe 18

Gegeben ist eine in $\mathbb{R}$ definierte ganzrationale Funktion f zweiten Grades, deren Graph die y-Achse im Ursprung schneidet und im Punkt $P(1|0)$ eine Tangente mit der Steigung -1 besitzt. Berechnen Sie die Funktionsvorschrift der Funktion f.

Aufgabe 19

Gesucht ist eine ganzrationale Funktion f dritten Grades mit $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$, deren Graph im Ursprung einen Wendepunkt und im Punkt $P(2|16)$ einen lokalen Hochpunkt besitzt. Berechnen Sie die Funktionsvorschrift der Funktion f.

Aufgabe 20

Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f(x) = e^{2x}$. Ermitteln Sie die Funktionsvorschrift der Stammfunktion F, deren Graph durch den Ursprung verläuft.

Aufgabe 21

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 2x \cdot e^{1-x},\ x \in \mathbb{R}$. Es kann ohne Nachweis verwendet werden, dass F mit $F(x) = -2(x+1) \cdot e^{1-x}$ eine Stammfunktion von f ist. Geben Sie die Funktion einer weiteren Stammfunktion F_2 von f an, für die $F_2(1) = 4$ gilt.

Aufgabe 22

Die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit $f(x) = e^x - e$ schneidet die x-Achse nur bei $x = 1$. Berechnen Sie die Größe der Fläche, die der Graph von f mit den Koordinatenachsen vollständig einschließt.

Aufgabe 23

Der Graph der Funktion $f(x) = 2x^3 - 6x$ schließt im zweiten Quadranten eine Fläche mit der x-Achse ein. Berechnen Sie die Größe dieser Fläche.

[Kontrolllösung: $4{,}5$ *FE]*

Aufgabe 24*

Die Gerade $g(x) = -4x$ teilt die Fläche aus Aufgabe 23 in zwei Teile. Bestimmen Sie das Verhältnis, in dem die Gerade die Fläche teilt.

Aufgabe 25

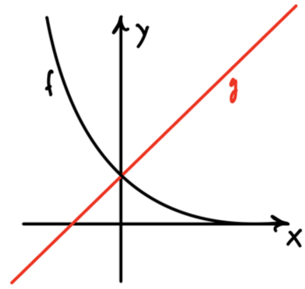
Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion ganzrationale Funktion $f(x) = x^2 - 3.$ Bestimmen Sie alle Werte von k, für die $\int_0^k f(x)dx = 0$ gilt.

Aufgabe 26

Die in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen $f(x) = x^2 - 3$ und $g(x) = -x^2 + 2x + 1$ schneiden sich nur für $x = -1$ und $x = 2$. Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die die beiden Graphen miteinander einschließen.

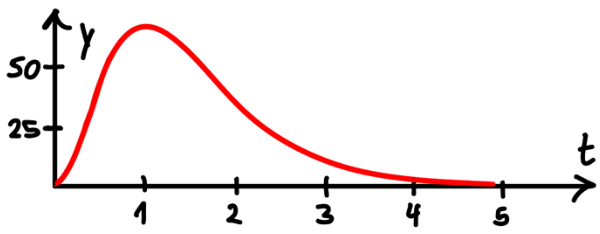
Aufgabe 27*

Die abgebildeten Graphen der Funktionen $f(x) = e^{-x}$ und $g(x) = x + 1$ schneiden sich auf der y-Achse. Die Fläche, die die Graphen von f und g mit der x-Achse und der Geraden $x = u$ für $u > 0$ begrenzen, wird von der y-Achse in zwei gleich große Teilflächen geteilt. Berechnen Sie den Wert von u.



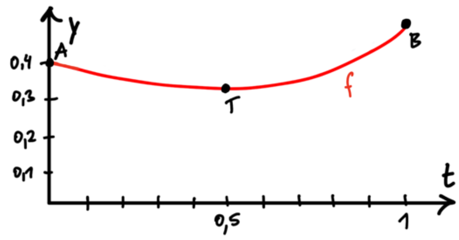
Aufgabe 28

Ein YouTuber veröffentlicht ein neues Video auf seinem Kanal. Mit Hilfe der Funktion $f(t) = 500 \cdot t^2 \cdot e^{-2t}$ kann für $t \geq 0$ die momentane Klickrate näherungsweise beschrieben werden. $f(t)$ gibt dabei die momentane Klickrate in Tausend pro Stunde an, während t die seit der Veröffentlichung vergangene Zeit in Stunden beschreibt.



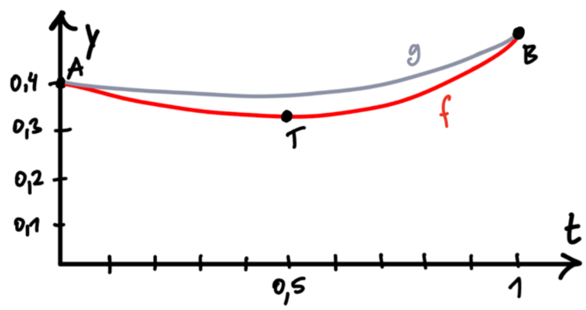
Ermitteln Sie, wie viele Stunden nach der Veröffentlichung das Video 100.000 Klicks erreicht.

Aufgabe 29



Zwischen den beiden Wanderparkplätzen $A(0|0{,}4)$ und $B(1|0{,}5)$ führt eine Wanderung durch ein Tal mit Tiefpunkt $T(0{,}5|0{,}33)$. Die Funktion $f(x) = 0{,}4x^3 - 0{,}12x^2 - 0{,}18x + 0{,}4$ beschreibt für $0 \leq x \leq 1$ den Querschnitt des Tals, wobei $f(x)$ die Höhe über dem Meeresspiegel angibt. Im abgebildeten Koordinatensystem entspricht eine Einheit genau 1 km in der Realität. Ein Wanderer wandert vom Wanderparkplatz A aus zum Tiefpunkt T im Tal. Bestimmen Sie das durchschnittliche und das maximale Gefälle auf seinem Weg.

Aufgabe 30



Nun soll eine spektakuläre Hängebrücke über dem Tal gebaut werden, die die beiden Wanderparkplätze miteinander verbindet. Der Graph der Funktion $g(x) = 0{,}2x^2 - 0{,}1x + 0{,}4$ modelliert den Verlauf der Hängebrücke. Berechnen Sie den Winkel α zwischen der Hängebrücke und dem Tal im Punkt B.

Ermitteln Sie die maximale Höhe, in der die Hängebrücke über dem Tal schwebt.

Aufgabe 31

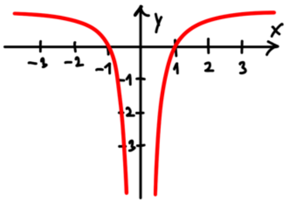
Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{e^x}{e^{x+1}}$ für $x \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass die Funktion f streng monoton wächst.

Aufgabe 32

Gegeben ist die in $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$ definierte Funktion $f(x) = \frac{6x}{x^2-4}$ für $x \in \mathbb{R}$. Geben Sie die Gleichungen aller senkrechten Asymptoten an und begründen Sie, dass die x-Achse eine waagerechte Asymptote ist.

Aufgabe 33

Der Graph der in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ definierten Funktion $f(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$ schneidet die x-Achse bei -1 und 1, ist symmetrisch zur y-Achse und verläuft durch den Punkt $P(\frac{1}{2} | -3)$. Bestimmen Sie rechnerisch die Fläche, die der Graph von f mit der x-Achse und der Geraden $g(x) = -3$ einschließt.



Aufgabe 34

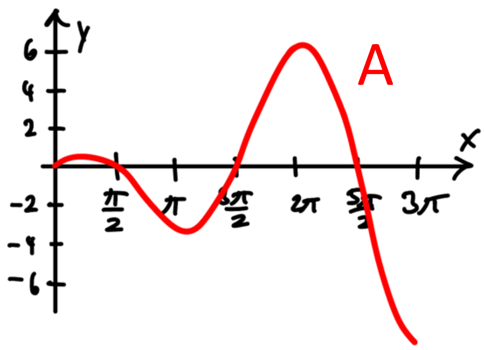
Gegeben ist die Funktion $f(x) = \sin(x) - 1$ für $x \in \mathbb{R}$. Geben Sie den Wertebereich $\mathbb{W}$ der Funktion f an.

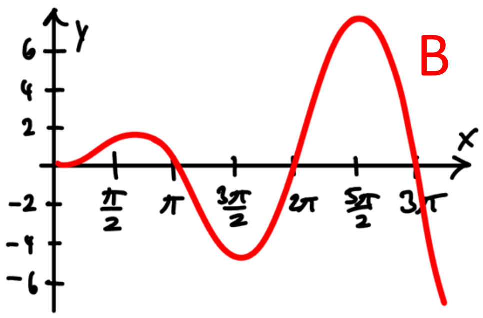
Aufgabe 35

Gegeben ist die Funktion $f(x) = 3 - 2 \cdot \sin(x)$ für $x \in \mathbb{R}$. Berechnen Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen von f bei $x = 0$.

Aufgabe 36

Gegeben ist die Funktion $f(x) = x \cdot \cos(x)$ für $x \geq 0$. Einer der beiden Graphen gehört zur Funktion f. Geben Sie diesen Graphen an und begründen Sie Ihre Entscheidung.



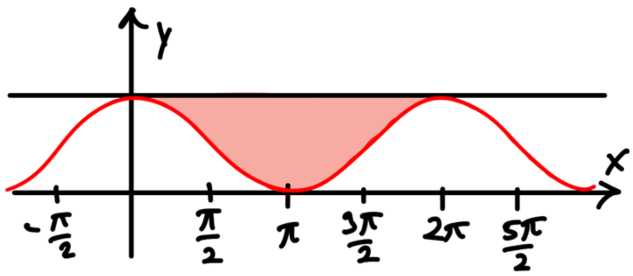


Aufgabe 37

Gegeben ist die Funktion $f(x) = x \cdot \sin(x)$ für $x \geq 0$. Berechnen Sie die Steigung des Graphen der Funktion f an der Stelle $x = \pi$.

Aufgabe 38

Gegeben ist die Funktion $f(x) = \cos(x) + 1$ für $x \in \mathbb{R}$. Berechnen Sie die Größe der in der Abbildung rot gekennzeichneten Fläche.



VEKTORRECHNUNG

Aufgabe 39

Gegeben sind die Punkte $P(0|2|3)$ und $Q(2|6|7)$. Zeigen Sie, dass die beiden Punkte einen Abstand von 6 Längeneinheiten haben.

Aufgabe 40

Die Punkte R und S liegen auf der Geraden g durch die beiden Punkte $P(0|2|3)$ und $Q(2|6|7)$ aus Aufgabe 39. R und S haben jeweils einen Abstand von 12 Längeneinheiten zum Punkt P. Bestimmen Sie die Koordinaten von R und S.

Aufgabe 41*

Gegeben sind die drei Punkte $A(4|4|4)$, $B(7|8|4)$ und $C(3|11|4)$. Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC einen Flächeninhalt von $12{,}5\ FE$ hat und geben Sie die Koordinaten eines Punktes S an, sodass das Volumen der Pyramide $ABCS$ genau $50\ VE$ beträgt.

Aufgabe 42

Gegeben sind die Vektoren $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} 9 \\ y \\ 15 \end{pmatrix}$. Beurteilen Sie, ob ein $y \in \mathbb{R}$ existiert, für das die beiden Vektoren $\vec{u}$ und $\vec{v}$ gleich lang sind.

Aufgabe 43

Gegeben sind die Vektoren $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} 9 \\ y \\ 15 \end{pmatrix}$ aus Aufgabe 42. Berechnen Sie y so, dass die beiden Vektoren $\vec{u}$ und $\vec{v}$ orthogonal zueinander sind.

Aufgabe 44

Gegeben sind die Punkte $A(4|0|c)$ und $B(1|4|5)$. Ermitteln Sie denjenigen Wert von c, für den das Dreieck OAB einen rechten Winkel bei B hat.

Aufgabe 45

Gegeben sind die Punkte $A(6|0|4)$, $B(0|6|4)$und $C(-6|0|4)$. Zeigen Sie rechnerisch, dass das Dreieck ABC gleichschenklig ist.

Aufgabe 46*

Gegeben sind die Punkte $A(5|-5|0)$, $B(2|0|4)$und $C(0|2|4)$. Auf der Strecke $\overline{AB}$ gibt es einen Punkt P, der von B genauso weit weg ist wie B von C. Berechnen Sie die Koordinaten dieses Punktes.

Aufgabe 47*

Auf der Geraden g durch den Punkt $A(2|0|2)$ und den Punkt $B(-1|3|5)$ liegen zwei Punkte P und Q, deren Abstand zum Punkt B doppelt so groß ist wie ihr Abstand zum Punkt A. Bestimmen Sie die Koordinaten der beiden Punkt P und Q.

Aufgabe 48

Gegeben sind die Geraden $g_1\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, s \in \mathbb{R}$, und $g_2\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$. Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S von g_1 und g_2 an und zeigen Sie, dass g_1 und g_2 senkrecht zueinander verlaufen.

Aufgabe 49

Die beiden Geraden $g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ aus Aufgabe 48 verlaufen in einer Ebene E. Stellen Sie eine Gleichung von E in Koordinatenform auf.

Aufgabe 50

Die Ebene E enthält den Punkt $A(2|0|2)$. Die Gerade g durch den Punkt A und den Punkt $B(-1|3|5)$ steht senkrecht auf der Ebene E. Bestimmen Sie eine Parameter- und/oder Koordinatengleichung der Ebene E.

Aufgabe 51*

Für $k \epsilon \mathbb{R}$ ist die Ebenschar $E_k: (2+k)x_1 + (3-2k)x_3 = k+1$ gegeben. Bestimmen Sie jeweils ein k, sodass die Ebene E_k…

a) …den Punkt $P(0|0|-3)$ enthält.
b) …senkrecht von der x_1-Achse durchstoßen wird.

Aufgabe 52

Die Ebene $E: x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 2$ wird von der Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, s \in \mathbb{R}$ in einem Punkt S geschnitten. Berechnen Sie die Koordinaten von S.

Aufgabe 53

Die Ebene $E: 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4$ enthält einen Punkt, dessen drei Koordinaten identisch sind. Bestimmen Sie die Koordinaten dieses Punktes.

Aufgabe 54*

Beurteilen Sie, ob die folgende Aussage richtig oder falsch ist:
„Es gibt unendlich viele Ebenen, in denen kein Punkt liegt, dessen drei Koordinaten identisch sind."

Aufgabe 55

Die Punkte $A(5|5|0)$, $B(-5|5|0)$ und $C(0|2|4)$ legen eine Ebene E fest. Ermitteln Sie eine Gleichung von E in Koordinatenform und beschreiben Sie die besondere Lage von E im Koordinatensystem.

[Kontrolllösung: $E: 4x_2 + 3x_3 = 20$]

Aufgabe 56

Betrachtet wird die Ebene E mit $E: 4x_2 + 3x_3 = 20$ aus Aufgabe 55. Berechnen Sie die Größe des spitzen Winkels, den die Ebene mit der Bodenebene einschließt.

Aufgabe 57

Gegeben ist eine Kugel um den Ursprung mit der Vorschrift $K: \vec{x}^2 = 81$. Geben Sie an, wie viele gemeinsame Punkte die Gerade g: $\vec{x} = s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, s \in \mathbb{R}$, mit der Kugel hat und berechnen Sie diese.

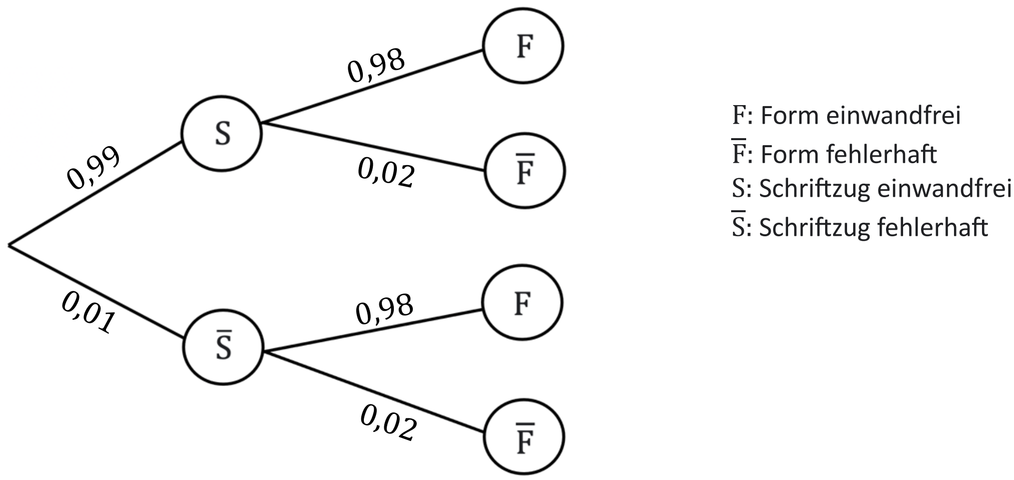
Aufgabe 58*

Gegeben ist die Kugel um den Ursprung mit der Vorschrift $K: \vec{x}^2 = 81$ aus Aufgabe 57 sowie die Ebene $E: x_1 + x_2 - 2x_3 = 0$. Bestimmen Sie den Radius und den Mittelpunkt des Schnittkreises der Kugel K mit der Ebene E.

STOCHASTIK

Aufgabe 59

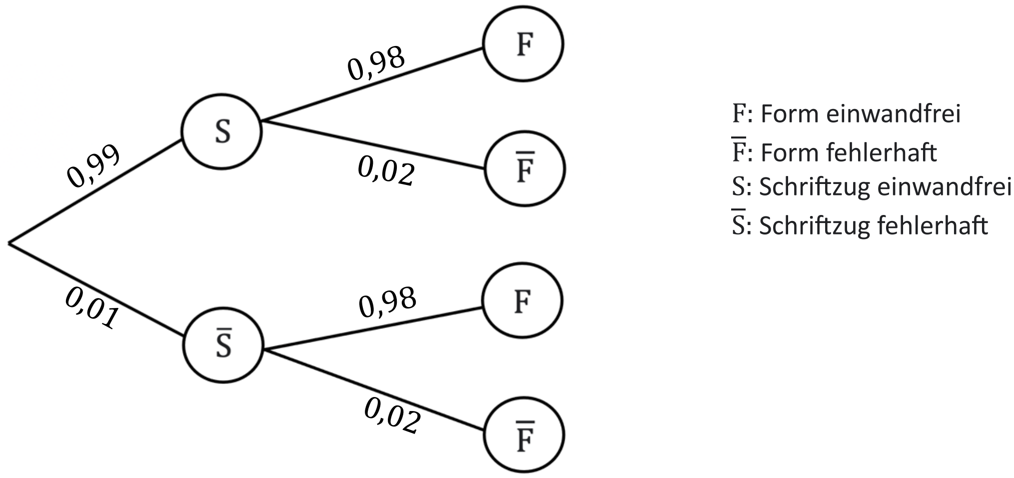
Bei der Herstellung eines „Bratesel"-Grills kommt es dank des sorgfältig ausgetüftelten Produktionsprozesses nur selten zu Fehlern. Zu 99 % werden die Brateselschriftzüge sauber vom Lasercutter ausgeschnitten, zu 98 % wird die Form akkurat zusammengenietet. Der Sachverhalt ist im folgenden Baumdiagramm dargestellt.



Es gilt: $P(\overline{\text{S}} \cap \overline{\text{F}}) = P(\overline{\text{S}}) \cdot P(\overline{\text{F}})$. Interpretieren Sie die Gleichung im Sachzusammenhang.

Aufgabe 60

Bei der Herstellung eines „Bratesel“-Grills kommt es dank des sorgfältig ausgetüftelten Produktionsprozesses nur selten zu Fehlern. Zu 99 % werden die Brateselschriftzüge sauber vom Lasercutter ausgeschnitten, zu 98 % wird die Form akkurat zusammengenietet. Der Sachverhalt ist im folgenden Baumdiagramm dargestellt.

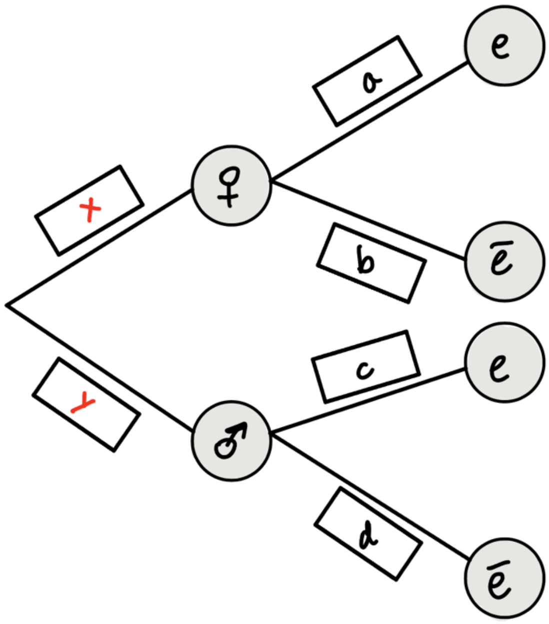


Weisen Sie nach, dass ein zufällig aus der Produktion ausgewählter Bratesel mit einer Wahrscheinlichkeit von nur etwa 3 % fehlerhaft ist.

Aufgabe 61*

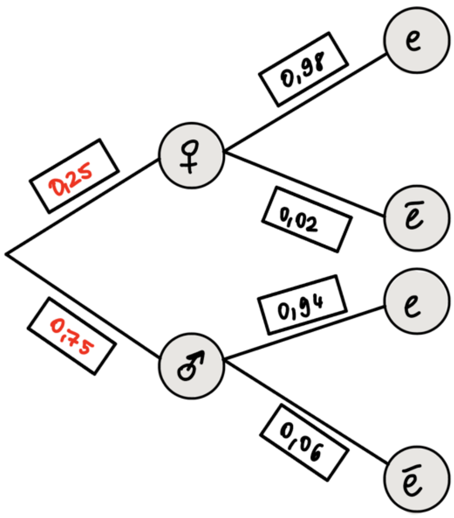
Mit einer Wahrscheinlichkeit von $5\ \%$ erscheint ein Schüler nicht zur Abiturklausur. Männliche Schüler erscheinen deutlich häufiger nicht zur Abiturklausur als weibliche Schüler: Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein weiblicher Schüler nicht erscheint, liegt bei $2\ \%$, während die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein männlicher Schüler nicht erscheint, dreimal so hoch ist. Nun wird ein Schüler zufällig ausgewählt. Die Situation ist im Baumdiagramm dargestellt:

Geben Sie die Wahrscheinlichkeiten a, b, c und d an und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit x dafür, dass ein weiblicher Schüler ausgewählt wurde.



Aufgabe 62

Das Baumdiagramm aus Aufgabe 61 ist korrekterweise Folgendes:



Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Schüler, der nicht zur Abiturklausur erscheint, männlich ist.

Aufgabe 63

In einer Urne befinden sich 10 Kugeln, von denen drei rot und sieben schwarz sind. Zweimal nacheinander wird jeweils eine Kugel gezogen und wieder zurückgelegt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass höchstens eine der entnommenen Kugeln schwarz ist.

Aufgabe 64*

In einer Urne liegen 10 Kugeln, von denen vier schwarz sind und der Rest rot und blau. Nun werden ohne Zurücklegen zwei Kugeln gezogen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, genau eine blaue Kugel zu ziehen, beträgt $\frac{7}{15}$. Berechnen Sie, wie viele blaue Kugeln in der Urne liegen.

Aufgabe 65

Nach dem Abitur ist eine Stufenfahrt geplant – 7 Nächte Party am Ballermann. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Anna am Tag nach einer Partynacht verkatert aufwacht, liegt bei $95\ \%$.

Erläutern Sie, unter welcher Voraussetzung die Anzahl der verkaterten Tage als binomialverteilt mit $p = 0{,}95$ angenommen werden kann und beurteilen Sie, ob die Binomialverteilung hier realistisch ist.

Aufgabe 66

Angenommen, die Anzahl der verkaterten Tage aus Aufgabe 65 ist tatsächlich binomialverteilt mit $p = 0{,}95$. Bestimmen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:

E_1: „Anna wacht an allen 7 Tagen verkatert auf."
E_2: „Anna wacht an genau einem der 7 Tage nicht verkatert auf."
E_3: „Anna wacht an mindestens einem Tag nicht verkatert auf."
E_4: „Anna wacht an mehr als der Hälfte der Tage verkatert auf."

Aufgabe 67

Bei einem Glücksspiel gewinnt man mit einer Wahrscheinlichkeit von $30\ \%$ einen Hauptpreis, mit einer Wahrscheinlichkeit von $50\ \%$ einen Trostpreis und mit einer Wahrscheinlichkeit von $20\ \%$ gar nichts.

Eine Person nimmt zehnmal an dem Spiel teil. Geben Sie ein Ereignis in diesem Sachzusammenhang an, dessen Wahrscheinlichkeit mit der Formel

$$\binom{10}{5} \cdot 0{,}8^5 \cdot 0{,}2^5$$

berechnet werden kann.

Aufgabe 68

An einer großen Universität ist bekannt, dass $80\ \%$ der Studenten mit dem Fahrrad zur Universität kommen. Nun werden 200 Studenten zufällig ausgewählt. Es wird dabei angenommen, dass die Anzahl der Studenten, die mit dem Fahrrad zur Universität kommen, binomialverteilt ist.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Anzahl der ausgewählten Studenten, die mit dem Fahrrad zur Universität kommen, um höchstens $5\ \%$ vom Erwartungswert abweicht.

Aufgabe 69

Ermitteln Sie, wie viele Studenten man in der Situation aus Aufgabe 68 zufällig auswählen muss, damit die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mehr als 160 von ihnen mit dem Fahrrad zur Universität kommen, bei mindestens $90\ \%$ liegt.

Aufgabe 70*

X ist eine binomialverteilte Zufallsgröße mit Parametern n und p. Es gilt $E(X) = 10$. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X ist zudem symmetrisch. Ermitteln Sie den Wert von n.

Aufgabe 71

In einem Hotel beträgt der Anteil der kurzfristigen Stornierungen $7\,\%$. Mit einer neuen Stornierungsbedingung hofft das Hotel, den Anteil der kurzfristig stornierten Buchungen zu senken. Im Laufe der Saison wird eine Stichprobe von 1000 Buchungen analysiert. Die Anzahl der kurzfristig stornierten Buchungen wird dabei als binomialverteilt angenommen. Das Hotel beschließt: „Wenn weniger als 55 Buchungen kurzfristig storniert werden, gehen wir davon aus, dass die neue Stornierungsbedingung ihren Zweck erfüllt hat und der Anteil der kurzfristigen Stornierungen gesunken ist.“

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die neue Stornierungsbedingung als Erfolg gefeiert wird, obwohl sich der Anteil der kurzfristig stornierten Buchungen gar nicht verringert hat.

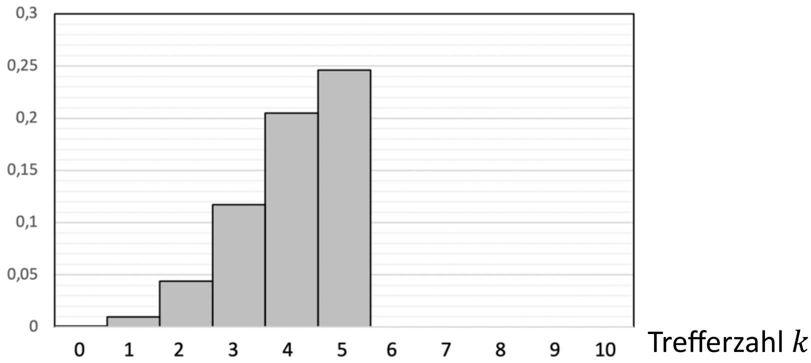
Aufgabe 72

In einem Hotel beträgt der Anteil der kurzfristigen Stornierungen $7\,\%$. Mit einer neuen Stornierungsbedingung hofft das Hotel, den Anteil der kurzfristig stornierten Buchungen zu senken. Im Laufe der Saison wird eine Stichprobe von 1000 Buchungen analysiert. Die Anzahl der kurzfristig stornierten Buchungen wird dabei als binomialverteilt angenommen. Das Hotel beschließt: „Wenn weniger als 55 Buchungen kurzfristig storniert werden, gehen wir davon aus, dass die neue Stornierungsbedingung ihren Zweck erfüllt hat und der Anteil der kurzfristigen Stornierungen gesunken ist.“

Angenommen, die neue Stornierungsbedingung war erfolgreich und der Anteil der kurzfristig stornierten Buchungen ist auf $5\,\%$ gesunken. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Hotel dennoch davon ausgeht, dass der Anteil der kurzfristig stornierten Buchungen unverändert geblieben ist.

Aufgabe 73

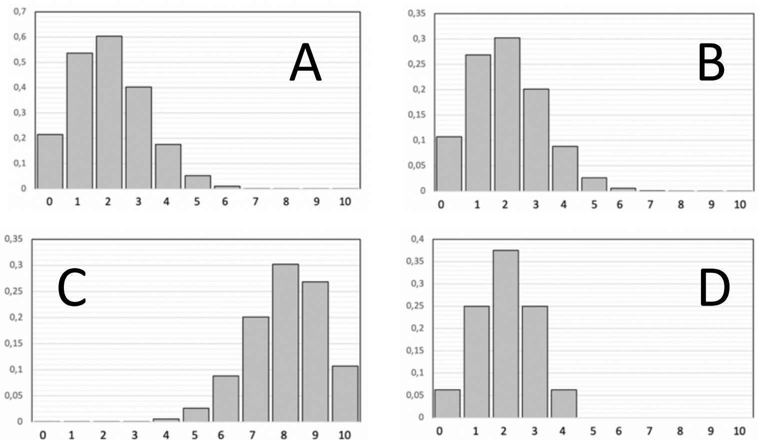
In einer Urne liegen 5 schwarze und 5 weiße Kugeln. Es wird zehnmal nacheinander jeweils eine Kugel gezogen und wieder zurückgelegt. Die Zufallsgröße $X =$ Anzahl der gezogenen schwarzen Kugeln ist binomialverteilt mit Parametern $n = 10$ und $p = 0{,}5$. Das abgebildete Histogramm stellt die unvollständige Wahrscheinlichkeitsverteilung von X dar.



Schätzen Sie mit Hilfe des Histogramms die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei dem Experiment mindestens sieben schwarze Kugeln gezogen werden.

Aufgabe 74

In einer Urne befinden sich zwei rote und acht schwarze Kugeln. Es wird zehnmal nacheinander jeweils eine Kugel zufällig gezogen und direkt wieder zurückgelegt. Die Zufallsgröße X gibt die Anzahl der gezogenen roten Kugeln an.



Geben Sie begründet an, welche drei der vier abgebildeten Histogramme nicht geeignet sind um die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X darzustellen.

Aufgabe 75

In Sonnenstadt hat sich eine Bürgerinitiative gegen den Bau einer Windkraftanlage gegründet. Diese wird von einem sechsköpfigen Team koordiniert – vier Männer und zwei Frauen. Der Bürgermeister von Sonnenstadt lädt drei Mitglieder der Initiative als Delegation zufällig aus, um sich mit Ihnen zu treffen und mehr über die Interessen der Initiative zu erfahren. Bestimmen Sie die Anzahl der möglichen Zusammensetzungen der Delegation und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass zur Delegation genau ein Mann gehört.